



سال دوازدهم  
رشته تجربی  
۴۰۱-۴۰۲

کتاب کار تشریحی

# ریاضی

عالمی

[aliahmadimath.ir](http://aliahmadimath.ir)



# فصل اول

# تابع

- درس اول – توابع چند جمله‌ای – توابع صعودی و نزولی | ۲
- درس دوم – ترکیب توابع | ۱۰
- درس سوم – تابع وارون | ۱۹

علی احمدی قزل دشت

برای مشاهده پاسخ تمرینات منتخب و مثال‌های تکمیلی و عضویت در کانال‌ها از QR زیر استفاده کنید

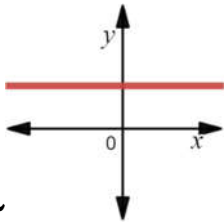
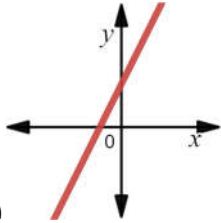
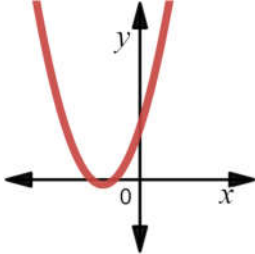
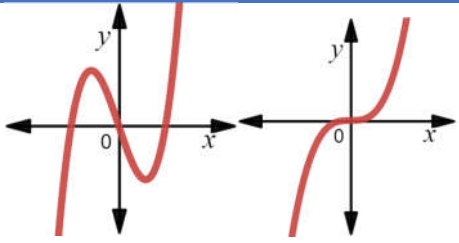
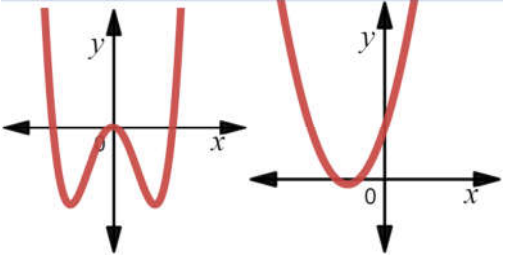


# درس اول: توابع چند جمله ای و توابع صعودی و نزولی

## تابع چند جمله‌ای:

هر تابع به صورت  $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots + z$  یک تابع چند جمله است که  $n$  عدد حسابی است. درجه‌ی آن بزرگ‌ترین توان  $x$  می‌باشد. دامنه همه توابع چند جمله‌ای همیشه  $\mathbb{R}$  است و برد توابع از درجه ی فردی  $\mathbb{R}$  اوست اما برای درجه‌های زوج را باید محاسبه کرد. یادآوری:  $\{0, 1, 2, \dots\}$  عدد حسابی

چند نمونه از توابع چند جمله‌ای در جدول زیر آمده است.

درجه تابع	نام تابع	ضابطه	مثال و نمودار آن	دامنه
صفر	ثابت	$f(x) = b$	 $f(x) = 2$	$\mathbb{R}$
۱	خطی	$f(x) = ax + b$ $a \neq 0$	 $f(x) = 2x + 1$	$\mathbb{R}$
۲	سه‌می	$f(x) = ax^2 + bx + c$ $a \neq 0$	 $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$	$\mathbb{R}$
۳	درجه سوم	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$		$\mathbb{R}$
۴	درجه چهارم	$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$		$\mathbb{R}$

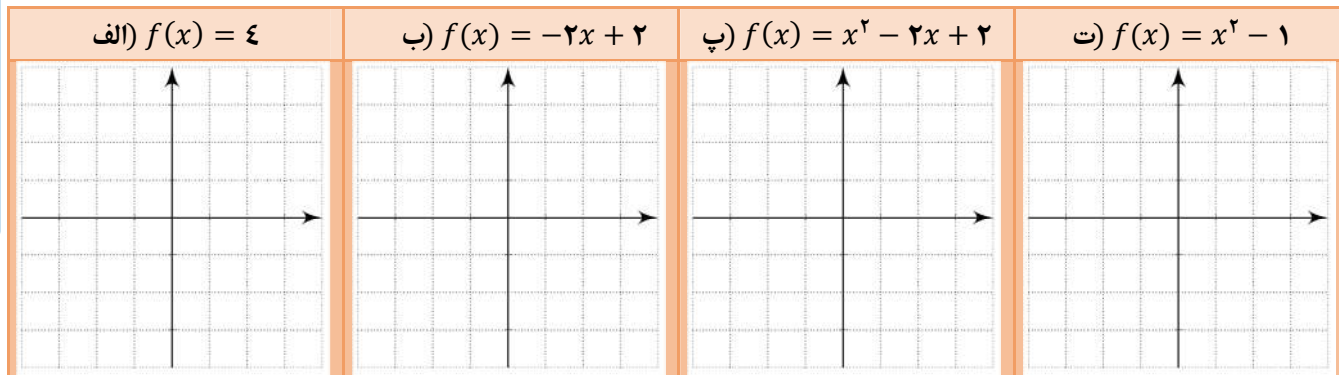
**رسم خط :**

با دادن دو نقطه دلخواه می‌توان هر خطی را رسم کرد.

**رسم سهمی :**

کافی است ابتدا  $x$  راس سهمی به مختصات  $x = \frac{-b}{2a}$  را پیدا کنید و سپس با جایگذاری این نقطه عرض راس سهمی را پیدا کنید، حالا با دادن یک نقطه قبل و بعد از راس سهمی به مختصات ۳ نقطه می‌رسید که برای رسم سهمی کافی است.

تمرین ( توابع زیر را رسم کنید.



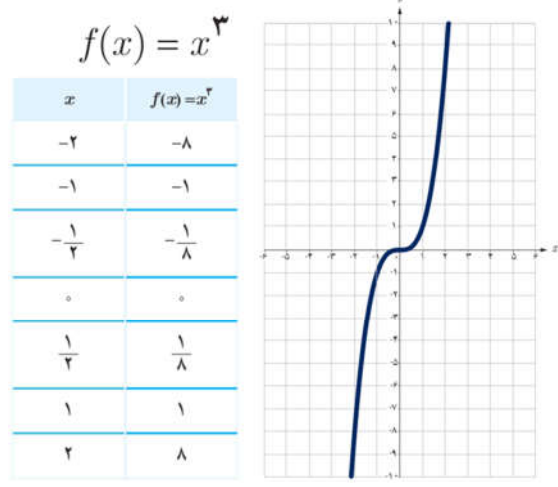
تمرین ( کدام تابع زیر چند جمله‌ای از درجه‌ی ۴ است.

الف)  $f(x) = \frac{x^5 + x}{x}$

ب)  $f(x) = 2x^4 + x\sqrt{x} + 6$

ت)  $f(x) = x^4 + \sqrt{3}x^2 + 1$

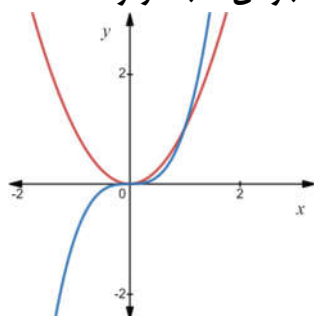
ث)  $f(x) = 3x^{-4} + 2x^{-3} + x^{-2}$



**معرفی تابع درجه سوم :**

تابع چند جمله‌ای با ضابطه  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  که  $a$  برابر صفر نباشد، یک تابع درجه سوم است. دامنه و برد آن  $\mathbb{R}$  می‌باشد. ساده‌ترین فرم آن  $f(x) = x^3$  است که در این حالت نمودار آن به شکل زیر است که برای به خاطر سپاری راحت‌تر بدانید شکل کلمه «لر» رسم می‌شود.

تمرین ( نمودار تابع  $f(x) = x^3$  و  $g(x) = x^2$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنید و بگویید در چه بازه‌ای  $x^2$  بالاتر از  $x^3$  است.



تمرین نمودار  $f(x) = x^3$  و  $g(x) = x|x|$  را در یک دستگاه رسم کنید، این دو تابع در چند نقطه با هم برخورد دارند.

---



---



---



---



---

**یادآور قوانین انتقال نمودارها :**

- $f(x) + a$      $a$  واحد به محور  $y$  ها جابه‌جایی
- $f(x + a)$      $-a$  واحد روی محور  $x$  ها جابه‌جایی
- $f(-x)$     کل نمودار نسبت به محور  $y$  ها قرینه می‌شود (  $x$  ها منفی)
- $-f(x)$     کل نمودار نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌شود
- $kf(x)$     در همان  $x$ ، عرض نقطه را  $k$  برابر می‌کنیم.
- $|f(x)|$     قسمت‌های بالای محور  $x$  سر جای خود می‌مانند و قسمت‌های پایین نسبت به محور  $x$  قرینه می‌شوند.

تمرین نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آنها را بنویسید.

$y = -x^3 - 2$	$y = -(-x - 1)^3 - 1$	$y = (x + 2)^3$	$y = -(x - 2)^3$
$y = (x - 1)^3 + 2$	$y = -(x + 1)^3 - 2$	$y = (x - 2)^3 - 1$	$y = -x^3 + 1$
$y = (-x - 1)^3 - 1$	$y = (-x + 1)^3 + 1$	$y = x^3 + 1$	$y = x^3 - 2$

یادآوری اتحاد ۱ / مجموع و تفاضل مکعبات (چاق و لاغر)

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

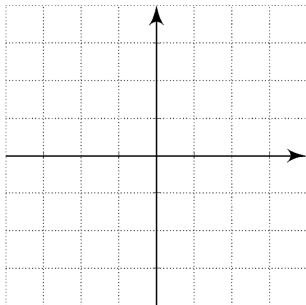
۲ / معکب دو جمله‌ای :

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$$

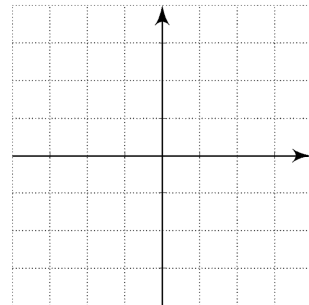
$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3b^2a - b^3$$

تمرین ( نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آنها را بنویسید.

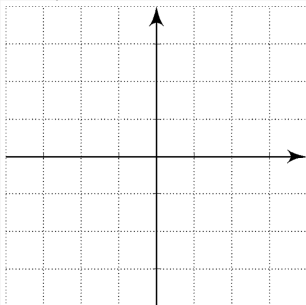
$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$



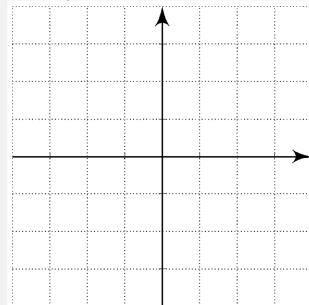
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$$



$$f(x) = (x - 1)(x^2 - x + 1)$$



$$f(x) = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$



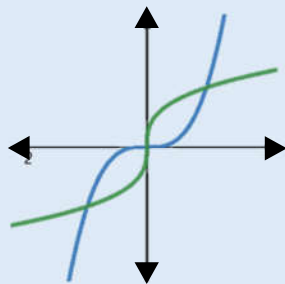
وارون تابع درجه سوم  $f(x) = x^3$

همان طور که از شکل نمودار تابع (لر) قابل تشخیص است این تابع یک یک\* است و وارون دارد.

وارون آن  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$  است.

تابع یک به یک (وارون پذیر) :

از لحاظ هندسی تابعی وارون پذیر است که هر خط موازی محور  $x$ ها تابع را در حداکثر یک نقطه قطع کند.



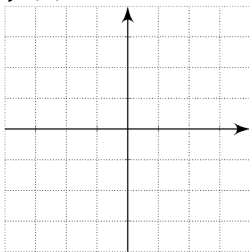
یادآوری :

برای رسم نمودار وارون هر تابعی کافی است آن را نسبت به نیمساز ربع اول و سوم قرینه کنیم. در شکل  $f(x) = x^3$  و وارون آن

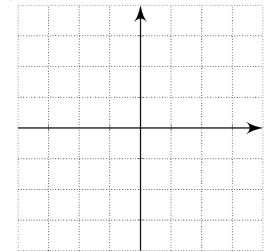
$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$  رسم شده‌اند.

تمرین ( نمودار توابع زیر را رسم کنید.

$$f(x) = \sqrt[3]{x-1} + 1$$



$$f(x) = \sqrt[3]{-x+1} + 2$$



$$f(x) = -\sqrt[3]{x+1} + 2$$

