

# حسابان ۱

عالمی قلم دست

aliahmadimath.ir

جبر و معادله

تابع

نمایی و لگاریتم

مثلثات

حد و پیوستگی

۲۰۱-۲۰۲

"استاد پاك نكته داريم مينوييم"

■ بچه ها يكم سريع تر ، عقيم .

"استاد ميشه عكس بگيريم توخونه بنوييم"

■ خب باشه . اما حتما بنويسينا

"استاد پاك فلان عكس بگيره برا همه بفرسته اين تخته رو"

اينها فقط بخشی از مکالمات روزمره هر کلاس ریاضی است . شب امتحان شما ماندید و احتمالا چند گیگی عکس که نمیدانیم از کجا بوده و مربوط به چه سوالی است .

بعد از مجازی شدن کلاس ها ، که از حق نگذریم اثرات جبران ناپذیری بر پیکره بی جان آموزش کشور به یادگار گذاشت ، تصمیم گرفتم علاوه بر جزوات کلاس های کنکور و تست پایه ، جزوات تشریحی را هم به صورت منسجم تدوین کنم و اعتراف میکنم که اصلا فکر نمی کردم کار به این سختی باشد . راستش شما اگر از یک مبحثی تست بخواهید انواع و اقسام کتب تست و آزمون سازها هستند تا کمکتان کنند . اما منابع ما در سوالات تشریحی که به نظر من اساس ریاضیات اصیل است بسیار بسیار محدود است . در نهایت کتاب کاری که پیش روی شماست دقیقا همان چیزی است که باید برای حل تشریحی مد نظر قرار گیرد .

✓خط به خط کتاب درسی را بارها و بارها خواندم تا نکته ای از قلم نیفتد و تمام نکات کتاب را آوردم!

✓هرجا نیاز به آموزش مبحثی از پایه بود ، آنرا آوردم حتی مطلب از نهم و خیلی جاها از دهم !

✓هرجا نکته تستی ای بود که به فهم درس ضربه نمیزد آوردم !

✓هرجا احساس شد باید پا را از کتاب فراتر گذاشت ، گذاشتم و حتی وارد دوازدهم هم شدم !

تمام تجربه ی حرفه ای خودم در آموزش را به کاربستم تا امسال با خیال راحت جلو ببریم . چه مجازی چه حضوری ، ابزار ما آمادست ...

علی احمدی قران شت

تابستان 1401

- 1 فصل اول - هندسه تحلیلی و جبر..... 2
- درس 1: مجموع جملات دنباله هندسی و حسابی
  - درس 2: معادلات درجه دوم
  - درس 3: معادله گویا و گنگ
  - درس 4: قدر مطلق و ویژگی های آن
  - درس 5: آشنایی با هندسه تحلیلی
- 2 فصل دوم - تابع ..... 46
- درس 1: آشنایی بیشتر با تابع
  - درس 2: انواع تابع
  - درس 3: توابع تواب
  - درس 4: اعمال روی تابع
- 3 فصل سوم - توابع نمایی و لگاریتمی..... 78
- درس 1: تابع نمایی
  - درس 2: تابع لگاریتمی
  - درس 3: ویژگی لگاریتم و حل معادلات لگاریتم
- 4 فصل چهارم - مثلثات ..... 96
- درس 1: زوایان
  - درس 2: نسبت مثلثاتی برخی زوایا
  - درس 3: توابع مثلثاتی
  - درس 4: روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا
- 5 فصل پنجم - حد و پیوستگی ..... 116
- درس 1: مفهوم حد و فرآیند های حدی
  - درس 2: حد های چپ و راست
  - درس 3: قضایای حد
  - درس 4: محاسبه حد های صفر صفر
  - درس 5: پیوستگی

# فصل اول

## جبر و معادله

درس 1: مجموع جملات دنباله هندسی و حسابی  
درس 2: معادلات درجه دوم  
درس 3: معادله گویا و گنگ  
درس 4: قدر مطلق و ویژگی های آن  
درس 5: آشنایی با هندسه تحلیلی

علی احمدی قزاق شت



برای مشاهده پاسخ تمرینات منتخب و مثال های تکمیلی از کانال تلگرامی و یا صفحه اینستاگرام @aliahmadimath استفاده کنید

## درس اول (مجموع جملات دنباله‌ی حسابی و هندسی)

## یادآورک از سال دهم :

دنباله‌ی حسابی : دنباله‌ی ای است که هر جمله از آن (به جز جمله‌ی اول) با اضافه شدن مقدار ثابتی به جمله‌ی قبل خودش به دست می‌آید.  
مثال :

3, 5, 7, 9, ...

+7, +2, -3, -8

جمله‌ی اول 1

جمله‌ی دوم  $1 + d$

جمله‌ی سوم  $1 + 2d$

با همین الگو جمله‌ی  $n$  ام برابر است با  $n = 1 + (n - 1)d$

تمرین) در یک دنباله‌ی حسابی جملات پنجم و نهم به ترتیب 53 و 77 هستند. جمله‌ی چهاردهم چند است؟

.....

.....

.....

تمرین) جمله‌ی صدم دنباله‌ی ...، 15، 11، 7، 3 چند است؟

.....

.....

.....

## مجموع جملات دنباله‌ی حسابی

جمع  $n$  جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی با  $S_n$  نمایش داده می‌شود که از رابطه‌های مقابل به دست می‌آید.

$$1) S_n = \frac{n}{2} (1 + n)$$

$$2) S_n = \frac{n}{2} (2 + (n - 1)d)$$

تمرین) اثبات کنید که اگر  $n = 1 + (n - 1)d$  جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی باشد جمع  $n$  جمله‌ی اول آن از رابطه‌ی  $S_n = \frac{n}{2} (1 + n)$  به دست می‌آید؟

.....

.....

.....

.....

-7، -1، 5، 11، ...

تمرین) مجموع بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی مقابل چند است؟

.....

.....

.....

تمرین) جمع صد جمله‌ی اول دنباله‌ی ...، 15، 11، 7، 3 چند است؟

.....

.....

.....

تمرین) حاصل را به صورت پارامتری بدست آورید.

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) =$$

.....

.....

.....

تمرین) روی محیط دایره 25 نقطه داریم، از هر نقطه به نقطه دیگر وصل کردیم، تعداد کل وترهای تشکیل داده شده را محاسبه کنید؟

.....

.....

.....

تمرین) جمع همگی اعداد طبیعی دو رقمی مضرب 4 را محاسبه کنید؟

.....

.....

.....

تمرین) جمع تمام جملات مقابل را محاسبه کنید؟

$$1, 5, 9, \dots, 85$$

.....

.....

.....

تمرین) مجموع تمام اعداد طبیعی سه رقمی مضرب 6 چند است؟

.....

.....

.....

تمرین) در 20 جمله اول یک دنباله حسابی مجموع جملات شماره‌های فرد 135 و مجموع جملات شماره‌های زوج 150 است. جمله اول و قدرنسبت را به دست آورید؟

.....

.....

.....

**نکته تستی:** اگر تفاضل جملات زوج و فرد  $2n$  جمله دنباله حسابی را خواستیم، حاصل  $nd$  است

$$nd = (\text{جمع } n \text{ جمله فرد}) - (\text{جمع } n \text{ جمله زوج})$$

تمرین) در دنباله  $5, 8, 11, \dots$  حداقل چند جمله از آن را با هم جمع کنیم تا حاصل از 493 بیشتر شود؟

.....

.....

.....

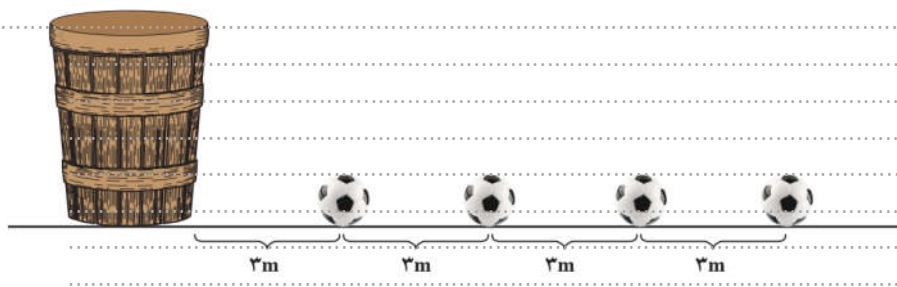
تمرین) در دنباله  $2, 6, 10, 14, \dots$  جمع جملات هفدهم تا سی و یکم چند است؟

.....

.....

.....

تمرین) در یک مسابقه تعدادی توپ به فاصله 3 متری از روی زمین قرار دارند. فاصله توپ اول از سید هم 3 متر است، بازیکن باید از کنار سید شروع کند و توپ اول را بردارد و تا سید حمل کند و پس از انداختن درون سید، به طرف توپ بعدی برود و این کار را ادامه دهد. اگر بازیکن در پایان مسابقه 918 متر دویده باشد، او جمعاً چند توپ در سید انداخته است؟



**یادآورک از سال دهم**

دنباله‌ی هندسی: دنباله‌ی آن که هر جمله‌ی آن (به غیر از جمله‌ی اول) از ضرب شدن یک مقدار ثابت در جمله‌ی قبلی‌اش به دست می‌آید.

- 2, 6, 18, 54, ...  
3, -9, +27, -81, ...

1 جمله‌ی اول

2 جمله‌ی دوم  $1 \times r$

3 جمله‌ی سوم  $1 \times r^2$

با همین الگو جمله‌ی  $n$  ام برابر است با  $r^{n-1}$

5, 10, 20

تمرین) در دنباله‌ی مقابل جمله‌ی چندم برابر 640 است؟

تمرین) در دنباله‌ی هندسی جملات هفتم  $3/5$  و دهم -14 است، جمله‌ی نوزدهم چند است؟

**مجموع جملات دنباله‌ی هندسی**

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

در یک دنباله‌ی هندسی جمع  $n$  جمله‌ی اول برابر است با

تمرین) رابطه جمع جملات دنباله هندسی را اثبات کنید.

تمرین) جمع ده جمله‌ی ابتدایی دنباله  $-3, 6, -12, +24, \dots$  را محاسبه کنید.

تمرین) جمله‌ی عمومی دنباله‌ای به شکل  $n = 2^{n-1}$  است، چند جمله‌ی ابتدایی این دنباله را جمع کنیم تا حاصل عددی برابر 255 باشد؟

.....  
 .....  
 .....

تمرین) مجموع ده جمله‌ی اول دنباله‌ی  $\dots$  و  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{8}$  را محاسبه کنید.

.....  
 .....

تمرین) توپی داریم که از هر ارتفاعی که رها شود پس از به زمین خوردن به اندازه یک چهارم ارتفاع قبلی بالا می‌آید. این توپ را از زمین به هوا پرتاب کرده ایم تا به ارتفاع  $10\text{ m}$  برسد، این توپ پس از چهار بار به زمین خوردن چه مسافتی را طی می‌کند؟

.....  
 .....  
 .....

تمرین) برای تصفیه آب از فیلترهایی استفاده می‌شود که میزان آلودگی آب را نصف می‌کند. حداقل چند فیلتر باید قرار دهیم تا میزان آلودگی حداقل  $99/8$  درصد کاهش یابد؟

.....  
 .....  
 .....

تمرین) در یک دنباله‌ی هندسی جمع پنج جمله‌ی اول 192 و جمع ده جمله‌ی اول 186 است. قدر نسبت این دنباله‌ی هندسی چند است.

.....  
 .....

**نکته تستی:** نسبت مجموع  $2n$  جمله‌ی اول به مجموع  $n$  جمله‌ی اول در یک دنباله‌ی هندسی برابر است با:

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = 1 + q^n$$

تمرین) تعدادی زوج از جملات دنباله‌ی هندسی در اختیار داریم. اگر جمع تمام جملات  $\frac{1}{3}$  جمع جملات با شمارنده‌های زوج باشد، قدر نسبت دنباله کدام است؟

.....  
 .....  
 .....

**نکته تستی:** در دنباله‌ی هندسی نسبت « مجموع جملات شماره زوج » به « مجموع جملات شماره فرد » برابر است با قدر نسبت .



تمرین) از رابطه مقابل  $x$  چند است؟

$$(x + 3) + (x + 5) + \dots + (x + 23) = 253$$

.....  
.....  
.....

تمرین) حاصل عبارت مقابل چند است؟

$$2^2 - 1^2 + 4^2 - 3^2 + 6^2 - 5^2 + \dots + 100^2 - 99^2 =$$

.....  
.....  
.....

تمرین) حاصل  $(1 + x + x^2 + \dots + x^8)(1 - x + x^2 - x^3 + \dots + x^8)$  به ازای  $x = \sqrt{2}$  چند است؟

.....  
.....  
.....  
.....  
.....